Medición de la aceleración de la gravedad mediante plano inclinado

Segunda parte

Lopez, Johanna Giselle (gyf_lola@hotmail.com)
Martinez Roldan, Antu (antucolomenos@hotmail.com)
Viglezzi, Ramiro (ramiro.viglezzi@gmail.com)

Física Experimental I - Facultad de Ciencias Exactas - UNICEN
Noviembre 2011
Tandil, provincia de Buenos Aires, Argentina

Resumen

El objetivo principal de este trabajo fue medir la aceleración de la gravedad g mediante el experimento de plano inclinado. Luego de las respectivas mediciones e interpretaciones de los resultados concluimos que:

$$g = (9.4\ \pm 0.4)\ {}^{m}/_{s^2}$$

Introducción

Según el principio de conservación de la energía, la cantidad de energía en un sistema aislado sin acción de fuerzas externas, no varía con el tiempo [1], por lo tanto para todo sistema conservativo la variación de la energía mecánica es nula.

$$\Delta Em = 0$$

A su vez, la variación de la energía mecánica es la suma de la variación de la energía cinética (ΔEc) más la variación de la energía potencial (ΔEp):

$$\Delta Ec\ +\ \Delta Ep = 0$$

$$\Delta Ec = -\,\Delta Ep$$

$$Ecf - Eci = Epi - Epf \qquad (1)$$

En este caso en particular de plano inclinado, donde el cuerpo parte del reposo ($v_i = 0$), la energía cinética inicial (Eci) es nula. Además, las alturas se miden respecto del punto final de la trayectoria, por lo tanto, la energía potencial final (Epf) también es nula. La ecuación (1) queda de la siguiente forma:

$$Ecf\ = Epi$$

$$\frac{1}{2} m{v_f}^2 = mgh_i$$

$${v_f}^2 = 2gh_i \qquad (2)$$

A partir de esta ecuación puede observarse que si se mide la velocidad con la que llega al final de su trayectoria un cuerpo que se desliza desde una altura h_i por un plano inclinado, puede calcularse g.

En el trabajo previo de la medición de g se logró un valor de la aceleración de la gravedad g=(8.4±0.4) m/s^2, representando un intervalo [8.0 - 8.8] m/s^2 [2]. Debido a esto, se concluyó que el valor de g medido de forma más precisa que es de 9.799165 m/s^2 [3], se encuentra fuera del intervalo obtenido. Por lo tanto se optó por modificar los parámetros utilizados anteriormente para comprobar si se logra realmente una mejora en los resultados.

Anteriormente se aproximó la velocidad instantánea (V_i) del cuerpo en el punto final por la velocidad media (V_m) definida como:

$$V_i \cong V_m = \frac{l}{\Delta t} \quad (3)$$

Donde l es la longitud de cuerpo y Δt el tiempo que tarda el cuerpo en pasar por el punto final de la trayectoria. Se demostró que el error sistemático que introduce suponer que las velocidades V_i y V_m son aproximadamente iguales, es despreciable. Sin embargo, en esta nueva experiencia se buscó optimizar la determinación de la velocidad y la incertidumbre asociada a esta medición, procurando que el error sistemático sea despreciable. Debido a esto, se eligió utilizar una altura constante e ir variando las longitudes del carro que se arroja por el plano inclinado. La altura de 0.04m se eligió a partir de las conclusiones del trabajo previo.

Al utilizar una altura fija, la única variable a modificar es la longitud del carro que se arroja por el plano inclinado. Para lograr el objetivo de optimizar el error instrumental de la velocidad media, se realizó un análisis previo donde se graficó (Ver Figura 2) para diferentes longitudes el error instrumental de Vm y el 10% del error sistemático introducido por la aproximación. Se toma el 10% para que el E_{sist} quede contenido en el error instrumental y sea despreciable.

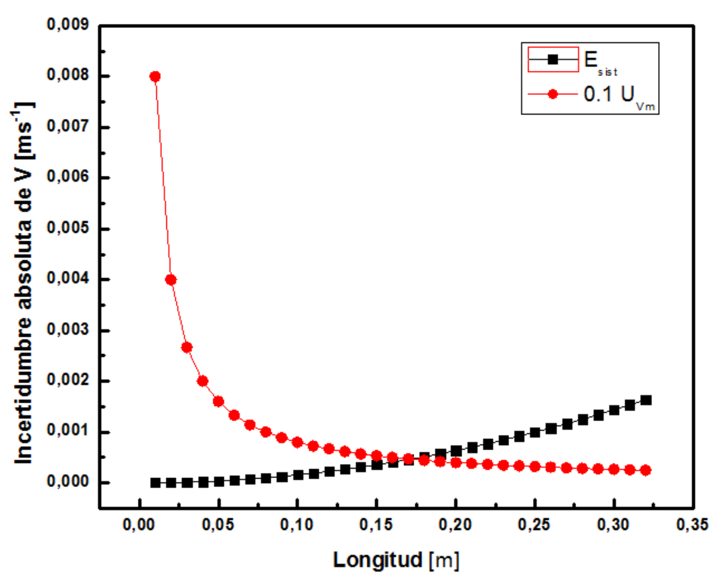

Figura 2: Errores de la velocidad media en función de la longitud.

Como se puede observar en la Figura 2, los valores óptimos de las longitudes se encuentran en el intervalo [0.15 - 0.20] m. Por lo tanto las longitudes del carro utilizadas son 0.17m, 0.175m, 0.18m, 0.185m, 0.19m, 0.195m y 0.2m.

Detalles experimentales

En esta experiencia, se dejó deslizar un carro de longitud *l* por un plano desde una altura h_1. (Ver Figura 1).

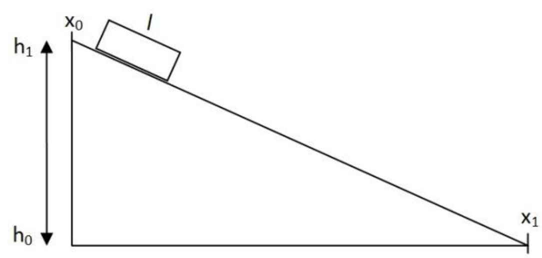

Figura 1: modelo del plano inclinado.

De la misma forma que se utilizó en la experiencia anterior, se implementó un plano inclinado constituido por un riel de aluminio pulido de 2m de longitud. Este riel en forma de v invertida tiene una cavidad cilíndrica en su interior dentro del cual se inyecta aire a presión con un flujo constante mediante una bomba. La parte superior del riel posee pequeños orificios ubicados en forma equidistante por el cual circula el flujo de aire produciendo así un colchón de aire que minimiza el rozamiento y aproxima las condiciones del experimento a las del sistema conservativo. La velocidad del carro se calculo mediante la ecuación (3), donde se utilizaron las longitudes del carro de la Tabla 1 para disminuir el error instrumental de V_m y que el error sistemático que introduce la aproximación de la ecuación (3) sea despreciable como se ha dicho anteriormente. Las diferentes longitudes del carro se lograron mediante banderas de las medidas utilizadas, adheridas al carro.

Longitud [m]	1	2	3	4	5	6	7
	0.17	0.175	0.18	0.185	0.19	0.195	0.2

Tabla 2: longitudes utilizadas del carro.

Para determinar el tiempo que tarda el carro en pasar por x_1 para poder calcular la velocidad media, se colocó un fotosensor equipado con un detector de luz, ubicado en forma de U invertida sobre el riel a 1.4 m del punto inicial x_0. La incertidumbre de los tiempos medidos es (± 0.0001 s).

Para el experimento se realizaron 10 mediciones para cada longitud del carro siempre a la misma altura h=0.04 m.

Resultados

En el figura 2 se encuentra representado el tiempo (t) en función de las longitudes de carro (l) por medio de regresión lineal.

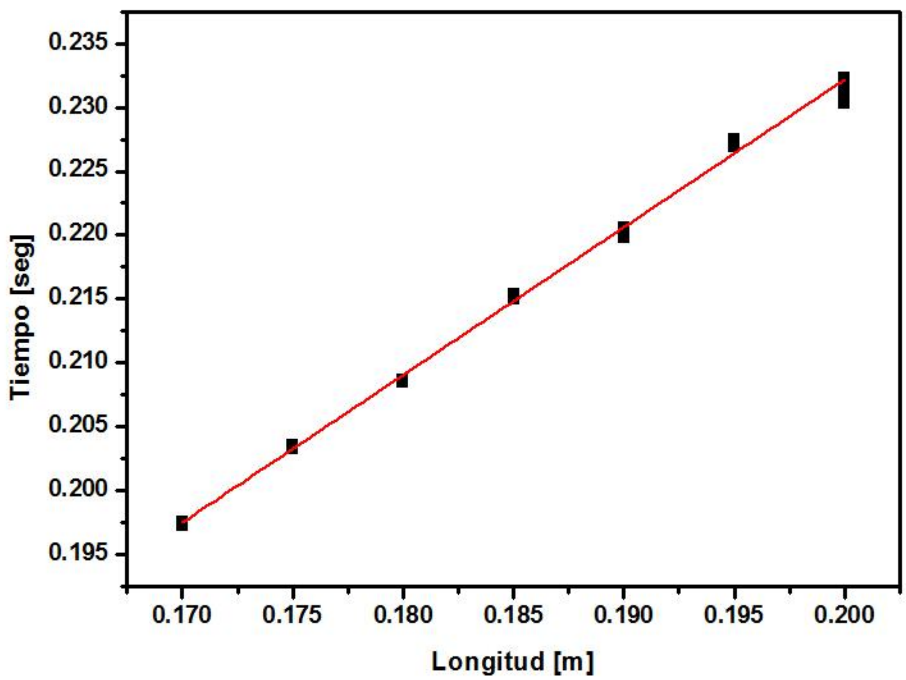

Figura 2: Tiempo en función de la longitud.

Aplicando regresión lineal sobre los puntos experimentales, se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

α = 1.1554286 $^{s}/_{m}$

β = 0.0011 s

r = 0.99749

σ_α = 0.00697 $^{s}/_{m}$

σ_β = 0.00129 s

Donde α es la pendiente de la recta, β la ordenada al origen, r el coeficiente de correlación lineal, σ_α la incertidumbre de α y σ_β la incertidumbre de β.

La pendiente de la recta queda representada de la siguiente manera:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2gh}}$$

Entonces:

$$g = \frac{1}{2g\alpha^2}$$

Luego de hacer el cálculo correspondiente tanto de la incertidumbre absoluta de la medición calculada a partir de σ_α y las incertidumbres instrumentales (ver Apéndice A) se ha llegado a que le valor de g es:

$$g\ (95\%) = (9.4\ \pm 0.4)\ ^{m}/_{s^2}$$

Análisis

El valor de la aceleración de la gravedad obtenido en el experimento de plano inclinado con margen de confianza de 0,95 es $(9.4\ \pm 0.4)$ m/s^2. Como resultado de la regresión lineal, se obtuvo un valor de la ordenada al origen β = 0.0011 con su incertidumbre σ_β = 0.00129. Estos valores concuerdan con el modelo adoptado, ya que el cero está incluido en un intervalo de la desviación β. El valor del coeficiente de correlación obtenido r = 0.99749 indica una muy buena relación de linealidad entre las variables utilizadas.

Con el aumento de la longitud del carro, se logró una disminución del error de la velocidad, manteniendo el error sistemático de la misma despreciable, por lo tanto se obtuvo una optimización de la experiencia. Sin embargo con esta mejora no se logro mejorar el error de g.

La diferencia de este experimento con respecto al valor ya establecido de g, podría deberse a varias fluctuaciones:

- Debido a que el valor obtenido de g es menor al valor medido por medios más exactos (error por defecto), la hipótesis de que el rozamiento es nulo puede ser que no se cumpla, por lo tanto el sistema no es conservativo, introduciendo un error sistemático en el cálculo de g.

- Otro factor que pudo haber influido es que la incertidumbre de h no sea de 1mm. Estas variaciones, mayores a las esperadas, introducen un error en la velocidad, ya que con la altura son magnitudes dependientes. Esto ocasiona un error final en el cálculo de g.

Conclusiones

Mediante un plano inclinado y el cálculo de distintas variables se logró calcular la aceleración de la gravedad obteniendo un valor g = (9.4 ± 0.4) m/s^2. El valor medido con métodos más precisos que es de 9.799165 m/s^2 [3], se encuentra en el intervalo obtenido, por lo que se alcanzó el objetivo de mejorar el trabajo anterior. Para futuras realizaciones de este experimento se recomienda estimar la fuerza de rozamiento que afecta a los valores que influyen en el cálculo indirecto de la velocidad, para comprobar si realmente es despreciable y observar que ocurre con el error sistemático introducido por h.

Referencias

[1] Francis W. Sears, Fundamentos de Física I: Mecánica, Calor y Sonido, Aguilar, España, 1967.

[2] J. Lopez, A. Martinez Roldan, R. Viglezzi, Medición de la aceleración de la gravedad mediante plano inclinado, Física experimental I, Facultad de Cs. Exactas, UNICEN (2011)

[3] Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de Geofísicos del Instituto de Física de Rosario (IFIR)

Apéndice A: Calculo de la incertidumbre de g

Partiendo de la regresión lineal se tiene:

$$\sigma g = \sqrt{\left(\frac{\delta g}{\delta \alpha}\right)^2 \; u\alpha^2 + \left(\frac{\delta g}{\delta h}\right)^2 \; \sigma h^2}$$

$$\sigma g = \sqrt{\left(\frac{1}{2h\alpha^3}\right)^2 \; (z\sigma\alpha)^2 + \left(\frac{1}{2h^2\alpha^2}\right)^2 \; \sigma h^2}$$

Por lo tanto, el cálculo de la incertidumbre es igual a:

$$\sigma g = \sqrt{\left(\frac{1}{2\; 0.04m\; (1.2\; {}^{s}/_{m})^3}\right)^2 \; (1.96\; 0.0069\, {}^{s}/_{m})^2 + \left(\frac{1}{2(0.04m)^2(1.2\; {}^{s}/_{m})^2}\right)^2 \; (0.001m)^2}$$

$$\sigma g = 0.24\; {}^{m}/_{s^2}$$

Por otro lado, la incertidumbre instrumental asociada a la velocidad está dada por:

$$\sigma v = \left(\frac{\delta v}{\delta l}\right) \sigma l + \left(\frac{\delta v}{\delta t}\right) \sigma t = \frac{1}{t}\; \sigma l + \frac{l}{t^2}\; \sigma t$$

$$\sigma v = \frac{1}{0.215s}\; 0.001m + \frac{0.185m}{0.046s^2}\; 0.0001s = 0.005\; {}^{m}/_{s}$$

De esta forma, se puede calcular la incertidumbre instrumental total asociada a g, dada por:

$$Ug = \left(\frac{\delta g}{\delta v}\right) \sigma v + \left(\frac{\delta g}{\delta h}\right) \sigma h = \frac{v}{h}\; \sigma v + \frac{v^2}{2h^2}\; \sigma h$$

$$Ug = \frac{0.861\; {}^{m}/_{s}}{0.04\; m}\; 0{,}005\; {}^{m}/_{s} + \frac{0.74\; {}^{m^2}/_{s^2}}{0.0032\; m^2}\; 0.001\; m$$

$$Ug = \; 0.34\; {}^{m}/_{s^2}$$

Para combinar la incertidumbre estadística de g con la incertidumbre instrumental y así calcular la incertidumbre total se utiliza la siguiente expresión:

$$u_t = \sqrt{{U_g}^2 + {u_\lambda}^2} = \sqrt{(0.34\; {}^{m}/_{s^2})^2 + (0.24\; {}^{m}/_{s^2})^2}$$

$$u_t = \; 0{,}42\, {}^{m}/_{s^2}$$